

Odpowiedzi do ćwiczeń

CZĘŚĆ I

Rozdział 1

Str. 2. 1 i 2 t .

3 i 4 $\frac{1}{2}[\sqrt{(1+t)^3}-1]$.

5 i 6 $\frac{1}{2}(\operatorname{sh} t - \sin t)$.

Str. 2. $\frac{1}{t+1}$ należy do klasy \mathcal{C} , bo $t+1 > 0$.

$\frac{1}{t-1}$ nie należy do klasy \mathcal{C} (nieciągła dla $t=1$).

$\frac{1}{t-i}$ należy do klasy \mathcal{C} , bo $t \neq i$.

$\frac{1}{e^t + e^{-t}}$ należy do klasy \mathcal{C} , bo $e^t > 0$ i $e^{-t} > 0$.

$\frac{1}{e^t - e^{-t}}$ nie należy do klasy \mathcal{C} (nieciągła dla $t=0$).

$\frac{1}{\cos t}$ nie należy do klasy \mathcal{C} (nieciągła dla $t=(2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k=0,1,2,\dots$).

$\frac{1}{1+\cos t}$ nie należy do klasy \mathcal{C} (nieciągła dla $t=(2k+1)\pi$, $k=0,1,2,\dots$).

$\frac{1}{2+\cos t}$ należy do klasy \mathcal{C} , bo $2+\cos t > 0$.

$\frac{1}{i+\cos t}$ należy do klasy \mathcal{C} , bo $\cos t \neq i$ dla t rzeczywistego.

Str. 8. 2. (α) $\left\{\frac{t^2}{2}\right\}$. (β) $\{2 \sin t - 2 \cos t + 2\}$.

Str. 9. 1. (α) $\left\{t - \frac{1}{n} \sin nt\right\}$.

(β) $\left\{t + \frac{1}{n} e^{-nt} - \frac{1}{n}\right\}$.

(γ) $\left\{\left(-\frac{t}{n} - \frac{3}{n^2}\right) e^{-nt} + \frac{3}{n^2} - \frac{2t}{n} + \frac{t^2}{2}\right\}$.

Rozdział 3

- Str. 37. 1. (α) $\left\{\frac{1}{3}e^{t/2} \cdot \sin \frac{3}{2}t\right\}$.
 (β) $\{e^{3t} + 2e^{-2t}\}$.
 (γ) $s+1 + \{2e^{2t} + 3e^{-t}\}$.
 (δ) $\{4+t+2\cos t - \sin t\}$.
 (ε) $\left\{1 - e^{-t/2} \cdot \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{\sqrt{3}}e^{-t/2} \cdot \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t\right\}$.
 (η) $s^2 - 1 + \{\sin t\}$.
 (θ) $\left\{4\cosh 2t + \cos 2t + \frac{3}{2}\sin 2t\right\}$.
 (ι) $\left\{\frac{2}{3}e^{-t/2} \left[\frac{2}{\sqrt{3}}\sin \frac{\sqrt{3}}{2}t - t \cdot \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t\right]\right\}$.

Rozdział 4

- Str. 44. 1. (α) $x = \left\{\frac{e^{at}}{\beta} \sin \beta t\right\}$.
 (β) $x = \left\{\frac{1}{3}\sin t - \frac{1}{6}\sin 2t\right\}$.
 (γ) $x = \left\{-\frac{1}{2} + \frac{1}{10}e^{2t} + \frac{2}{5}\cos t - \frac{1}{5}\sin t\right\}$.
 (δ) $x = \left\{\frac{1}{3}t^3 + 2 + 2e^{-t}\right\}$.
 (ε) $x = \left\{\frac{\gamma}{2}t^2 + (1-\gamma)(t-1) + \left(\frac{1}{2}-\gamma\right)e^{-t} + \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{2}\sin t\right\}$.
 (η) $x = \{e^t\}$.
 (θ) $x = \left\{\frac{1}{4}(t^2 - \sinh t \cdot \sin t)\right\}$.
 (ι) $x = \left\{\frac{1}{(a^2+1)^2} \cdot \cosh t + \left[1 - \frac{1}{(a^2+1)^2} + \frac{t}{2}\right] \cos t + \left[\frac{1}{2a} - \frac{a^3}{2(a^2+1)}t\right] \sin at\right\}$.
 (κ) $x = \left\{\beta - 2\alpha + \frac{\alpha}{2}t^2 + \left(2\alpha - \beta - \frac{3}{8}\gamma t + \frac{1}{8}\beta t^2\right) \cos t + \left(\frac{3}{8}\gamma + \frac{4\alpha - 5\beta}{8}t - \frac{1}{8}\gamma t^2\right) \sin t\right\}$.
 (λ) $x = \left\{\frac{83}{80}\cosh 2t - \frac{1}{10}\cos t + \frac{1}{16}\cos 2t\right\}$.

- Str. 44. 2. (α) $x = \{2 - 2e^{-t} - 2t \cdot e^{-t}\}$,
 $y = \{2 - t - 2e^{-t} - 2t \cdot e^{-t}\}$.
 (β) $x = \{e^t(\cos t - 2\sin t)\}$, $y = \{e^t(\cos t + 3\sin t)\}$.
 (γ) $x = \left\{-\frac{5}{4} + \frac{13}{4}\cos 2t - 3\sin 2t\right\}$,
 $y = \left\{\frac{3}{2}t + 3\cos 2t + \frac{13}{4}\sin 2t\right\}$.

- (δ) $x = \left\{-\frac{1}{2} + e^t - \frac{11}{34}e^{4t} - \frac{3}{17}\cos t + \frac{5}{17}\sin t\right\}$,
 $y = \left\{-\frac{2}{3}e^t + \frac{22}{51}e^{4t} + \frac{4}{17}\cos t - \frac{1}{17}\sin t\right\}$.
 (ε) $x = \left\{-\frac{1}{2}e^t + \frac{1}{4}e^{t/2} - \frac{3}{4}e^{t/2}\cos \frac{\sqrt{23}}{2}t + \frac{11}{4\sqrt{23}}e^{t/2}\sin \frac{\sqrt{23}}{2}t\right\}$,
 $y = \left\{-\frac{1}{2}e^t - \frac{1}{8}e^{2t} + \frac{5}{8}e^{t/2}\cos \frac{\sqrt{23}}{2}t - \frac{73}{8\sqrt{23}}e^{t/2}\sin \frac{\sqrt{23}}{2}t\right\}$.
 (η) $x = \left\{-6 - 4t - t^2 + \frac{100}{17}e^{t/2} + \frac{2}{17}\cos 2t + \frac{1}{34}\sin 2t\right\}$,
 $y = \left\{-1 - t - \frac{t^2}{2} + \frac{25}{17}e^{t/2} + \frac{1}{34}\cos 2t + \frac{9}{68}\sin 2t\right\}$.
 (θ) $x = \{2 - e^t\}$, $y = \{-2 + 4e^t - te^t\}$,
 $z = \{-2 + 5e^t - te^t\}$.
 (ι) $x = \left\{-11e^{2t} + 20e^{\frac{13}{2}t} \cdot \cosh \frac{\sqrt{37}}{2}t - \frac{212}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t} \cdot \sinh \frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$,
 $y = \left\{-11e^{2t} + 16e^{\frac{13}{2}t} \cdot \cosh \frac{\sqrt{37}}{2}t - \frac{144}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t} \cdot \sinh \frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$,
 $z = \left\{-17e^{2t} + 24e^{\frac{13}{2}t} \cdot \cosh \frac{\sqrt{37}}{2}t - \frac{216}{\sqrt{37}}e^{\frac{13}{2}t} \cdot \sinh \frac{\sqrt{37}}{2}t\right\}$.

Rozdział 5

Str. 61.

1. Dla rys. 16:

$$I = \frac{E(Ls + 2R)(R_1Cs + 1)}{R_1(L + R_1)LCs^2 + [(R + R_1 + R_2)L + R_1(R + 2R_2)C]s + R(R + 2R_1 + 2R_2)}.$$

Dla rys. 17:

$$I = \frac{E}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{E}{2R_2} \cdot \frac{(2R_2^2C - L)s - 2R_2}{R_2LCs^2 + Ls + 2R_2}.$$

2. Zakładamy, że $\frac{1}{C_1} \neq 0$, $\frac{1}{C_2} \neq 0$, $\frac{1}{C_3} \neq 0$, $L \neq 0$, $R_1 \neq 0$, $R_2 \neq 0$, $R_3 \neq 0$. Wtedy

$$R_2 = R_1, \quad R_3 = \frac{C_1}{C_2} \cdot R_1, \quad L = C_3 R_1^2.$$

3. $I - I_1 - I_2 = 0$,

$$I_1 - I_3 - I_7 = 0,$$

$$I_3 - I_4 - I_8 = 0,$$

$$I_5 - I_6 + I_8 = 0,$$

$$I_4 - I_6 + I_7 = 0,$$

$$\frac{1}{C_3}(I - \bar{I}) + R_1 I_1 + R_3 I_3 + \frac{1}{C_3}(I_5 - \bar{I}_5) = E,$$

$$\frac{1}{C_3}(I - \bar{I}) + R_2 I_2 + R_4 I_4 + \frac{1}{C_3}(I_6 - \bar{I}_6) = E,$$

$$R_3 I_3 + \frac{1}{C_3}(I_5 - \bar{I}_4) - \frac{1}{C_3}(I_6 - \bar{I}_5) - \frac{1}{C_3}(I_7 - \bar{I}_7) = 0,$$

$$R_4 I_4 + \frac{1}{C_3}(I_6 - \bar{I}_6) - \frac{1}{C_3}(I_5 - \bar{I}_5) - \frac{1}{C_3}(I_8 - \bar{I}_8) = 0.$$

Str. 66.

1. Dla rys. 29:

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3,$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 \bar{I}_1 + Z_2 \bar{I}_2 + Z_3 \bar{I}_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Dla rys. 30:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2},$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3.$$

2. Dla rys. 31:

$$Z = \frac{(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4)(Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6) + (Z_5 + Z_6)(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4)},$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 Z_2 (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) + Z_4 (Z_1 + Z_2) \bar{I}_4}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_2 Z_4} + \frac{Z_3 (Z_5 + Z_6) \bar{I}_3 + Z_6 (Z_3 + Z_5) \bar{I}_5}{Z_3 Z_5 + Z_3 Z_6 + Z_5 Z_6}.$$

Dla rys. 32:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2} + \frac{Z_4 Z_5 Z_6}{Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5},$$

$$\bar{I} = \frac{Z_1 Z_2 Z_3 (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2) (\bar{I}_4 + \bar{I}_5 + \bar{I}_6)}{Z_1 Z_2 Z_3 (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_2)}.$$

Dla rys. 33:

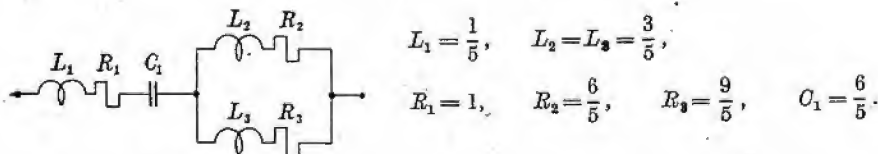
$$Z = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + \frac{Z_4 Z_5 Z_6}{Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5},$$

$$\bar{I} = \frac{(Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) [Z_2 (Z_1 + Z_3) \bar{I}_2 + Z_1 Z_3 (\bar{I}_1 + \bar{I}_3)] + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_1 + Z_3) (\bar{I}_4 + \bar{I}_5 + \bar{I}_6)}{(Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3) (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_6 + Z_4 Z_5) + Z_4 Z_5 Z_6 (Z_1 + Z_3)}.$$

3.

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 Z_3 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_5 + Z_1 Z_4 Z_5 + Z_2 Z_3 Z_4 + Z_2 Z_3 Z_5 + Z_2 Z_4 Z_5}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 + Z_1 Z_5 + Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4 + Z_2 Z_5 + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_5 + Z_4 Z_5}.$$

4.



Rys. 135.

$$L_1 = \frac{1}{5}, \quad L_2 = L_3 = \frac{3}{5},$$

$$R_1 = 1, \quad R_2 = \frac{6}{5}, \quad R_3 = \frac{9}{5}, \quad C_1 = \frac{6}{5}.$$

(Rozwiązanie to można rozumieć w dowolnie przyjętym układzie jednostek, na przykład: Henry, Ohm, Farad.) Rozwiązanie nie jest jedyne, gdyż jak widzieliśmy na str. 63, każdy opór omowy może być zastąpiony przez równoważny mu układ, przedstawiony na rysunku 22.

Str. 69.

Dla rys. 35:

$$I_0 = \frac{E_0}{R_1} \sqrt{\frac{L^2 \omega^2 + (R_1 + R_2)^2}{L^2 \omega^2 + R_2^2}},$$

$$\varphi = \varphi + \arctg \frac{R_1 L \omega}{L^2 \omega^2 + R_2 (R_1 + R_2)}.$$

Dla rys. 36:

$$I_0 = E_0 C_1 \omega \sqrt{\frac{R^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{R^2 (C_1 + C_2)^2 \omega^2 + 1}},$$

$$\varphi = \varphi - \arctg \left(\frac{R^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{R C_1 \omega} + R C_2 \omega \right).$$

Dla rys. 37:

$$I_0 = \frac{E_0}{R L \omega} \sqrt{\frac{R^2 (L C \omega^2 - 2)^2 + \omega^2 (L + R^2 C)^2}{R^2 C^2 \omega^2 + 4}},$$

$$\varphi = \varphi + \arctg \frac{R(4 - L C \omega^2 + R^2 C^2 \omega^2)}{L \omega (2 + R^2 C^2 \omega^2)}.$$

Str. 74.

Dla rys. 41:

Wprowadźmy oznaczenie: $D = (L_1 R_1 C_1 s^2 + L_1 s + R_1)(L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2) - M^2 s^2 (R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)$. Wtedy

$$I_1 = \frac{E}{D} (R_1 C_1 s + 1)(L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_2 = \frac{E}{D} R_1 C_1 s (L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_3 = \frac{E}{D} (L_2 R_2 C_2 s^2 + L_2 s + R_2),$$

$$I_4 = \frac{E}{D} M s (R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1),$$

$$I_5 = \frac{E}{D} M R_2 C_2 s^2 (R_1 C_1 s + 1),$$

$$I_6 = \frac{E}{D} M s (R_1 C_1 s + 1).$$

Dla rys. 42:

Napiszmy: $D = s(M s + R_1)(M s - L_2 s - R_2) - \left(L_1 s^2 - M s^2 + \frac{1}{C} \right) (L_2 s + R_1 + R_2)$.

Wtedy

$$I_1 = \frac{E}{D} \left(2 M s^2 - L_1 s^2 - L_2 s^2 - R_2 s - \frac{1}{C} \right),$$

$$I_2 = \frac{E}{D} \left(M s^2 - L_1 s^2 - \frac{1}{C} \right),$$

$$I_3 = \frac{E}{D} (M s^2 - L_2 s^2 - R_2 s).$$

Str. 77.

$$1. \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Ls + \frac{1}{Os}} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{ROs}{LOs^2 + 1} & R \\ \frac{Os}{LOs^2 + 1} & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R + \frac{1}{Os}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Os}{ROs + 1} + \frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & Ls + \frac{1}{Os} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Ls + R + \frac{1}{Os} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Str. 81.

$$(\alpha) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{Os} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{R_2 Os} & \frac{1}{Os} \\ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 R_2 Os} + \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1 Os} + 1 \end{pmatrix}.$$

$$(\beta) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C_1 s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Ls \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C_2 s & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LC_2 s^3 + 1 & Ls \\ C_1 s + LC_1 C_2 s^3 + C_2 s & LC_1 s^2 + 1 \end{pmatrix}.$$

$$(\gamma) \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{Os} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{L_1}{M} & \frac{(L_1 L_2 - M^2)s}{M} \\ \frac{1}{Ms} & \frac{L_2}{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} -\frac{L_1}{M} - \frac{1}{MOs^2} & -\frac{(L_1 L_2 - M^2)s}{M} - \frac{L_2}{MOs} \\ -\frac{1}{Ms} & -\frac{L_2}{M} \end{pmatrix}.$$

Str. 84.

Dla zwartych końców:

$$(\alpha) I_1 = \left(\frac{1}{R_1} + Os \right) \cdot E_1, \quad I_2 = Os \cdot E_1.$$

$$(\beta) I_1 = \left(C_1 s + \frac{1}{Ls} \right) \cdot E_1, \quad I_2 = \frac{E_1}{Ls}.$$

$$(\gamma) I_1 = \frac{L_2 Os}{(L_1 L_2 - M^2) Os^2 + L_2} \cdot E_1, \quad I_2 = -\frac{MOs}{(L_1 L_2 - M^2) Os^2 + L_2} \cdot E_1.$$

Dla wolnych końców:

$$(\alpha) I_1 = \frac{(R_1 + R_2) Os + 1}{R_1 (R_2 Os + 1)} \cdot E_1, \quad E_2 = \frac{R_2 Os}{R_2 Os + 1} \cdot E_1.$$

$$(\beta) I_1 = \frac{LC_1 C_2 s^3 + (C_1 + C_2)s}{LC_2 s^3 + 1} \cdot E_1, \quad E_2 = \frac{E_1}{LC_2 s^3 + 1}.$$

$$(\gamma) I_1 = \frac{Os}{L_1 Os^2 + 1} \cdot E_1, \quad E_2 = -\frac{MOs^3}{L_1 Os^2 + 1} \cdot E_1.$$

Rozdział 6

$$\text{Str. 93. } 1. (\alpha) x = e^{at} \left(A + Bt + Ct^2 + \frac{1}{6} t^3 \right).$$

$$(\beta) x = A e^{-2t} + (B \sin t + C \cos t) e^{2t}.$$

$$(\gamma) x = A \cdot e^{-\sqrt{6+2}\sqrt{5}t} + B \cdot e^{\sqrt{6+2}\sqrt{5}t} + C \cdot e^{-\sqrt{6-2}\sqrt{5}t} + D \cdot e^{\sqrt{6-2}\sqrt{5}t} + e^{2t}.$$

$$(8) x = A + B e^{t/2} + C e^t + D e^{3/2t} + \frac{18}{65} \sin t - \frac{14}{65} \cos t.$$

$$2. (\alpha) x = 3t^2 - t - 1 + (2 - \beta) \sin t + (1 + \alpha) \cos t, \\ y = t^2 + 2 + (1 + \alpha) \sin t + (\beta - 2) \cos t.$$

$$(\beta) x = -\frac{93}{17} + \frac{31}{26} e^t - \left(\alpha + \beta + \frac{1803}{442} \right) e^{-4t} \cdot \sin t + \\ + \left(\alpha + \frac{1891}{442} \right) e^{-4t} \cdot \cos t,$$

$$y = \frac{6}{17} - \frac{2}{13} e^t + \left(2\alpha + \beta + \frac{1847}{221} \right) e^{-4t} \cdot \sin t + \left(\beta - \frac{44}{221} \right) e^{-4t} \cdot \cos t.$$

$$(\gamma) x = 44A + B e^{5t} + 3C e^{-17t}, \\ y = -26A - 4B e^{5t} - C e^{-17t}, \\ z = -75A - 10B e^{5t} + 3C e^{-17t}.$$

$$\text{Str. 96. } 1. (\alpha) x = \frac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{sh} 2\pi}.$$

$$(\beta) \text{ nierozwiązalne.}$$

$$2. x = e^{t-\pi/2} \cdot \sin t.$$

$$\text{Str. 97. } (\alpha) x = A + B e^{2t} + C e^{-2t} + \frac{1}{96} e^{4t} - \frac{1}{160} e^{4t} \cdot \sin 2t, \text{ gdzie:}$$

$$A = \frac{e^6}{160} (-2 \sin 2 - 4 \cos 2 + 5) + \frac{3}{4},$$

$$B = \frac{64}{e^2} (\sin 2 + \cos 2 - 2) + \frac{3}{8e^2},$$

$$C = \frac{e^6}{960} (3 \sin 2 + 9 \cos 2 - 10) - \frac{1}{8} e^2.$$

$$(\beta) x = 2e^{6(t-2)} [\cos(t-2) - \sin(t-2)], \\ y = 2e^{6(t-2)} \cdot \cos(t-2).$$

Rozdział 7

Str. 99. (α) Jeden punkt nieciągłości dla $t=0$;

$$\int_0^t \frac{d\tau}{\tau^\lambda} = (1-\lambda)t^{1-\lambda}.$$

(β) Punkty nieciągłości tylko dla $t=k\pi$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$);

$$\int_{2k\pi}^{(2k+1)\pi} \frac{d\tau}{\sqrt{\sin \tau}} = \int_{(2k+1)\pi}^{(2k+2)\pi} \frac{d\tau}{\sqrt{-\sin \tau}} = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{d\tau}{\sqrt{\sin \tau}} < 8 \int_0^{\pi/2} \frac{d\tau}{2\sqrt{\tau}} = 8\sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

(γ) Jeden punkt nieciągłości dla $t=1$;

$$\int_0^1 \frac{d\tau}{\sqrt{|\tau-1|}} = \int_1^t \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} = \frac{3}{2}; \quad \int_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{|\tau-1|}} = \frac{3}{2}(t-1)^{3/2}.$$

(δ) Jeden punkt nieciągłości dla $t=1$; $f(t)=-1$ dla $0 \leq t < 1$ i $f(t)=1$ dla $t > 1$, stąd

$$\int_0^t |f(\tau)| d\tau = t.$$

Str. 102. Niech $\lambda \leq \mu$; wtedy dla $0 \leq t \leq \mu + \lambda$ jest:

$$f_\lambda \cdot f_\mu = \left\{ \int_0^t 0 \cdot d\tau \right\} = 0,$$

$$f_\lambda \cdot f_{\mu+\lambda} = \left\{ \int_0^t 0 \cdot d\tau \right\} = 0,$$

a dla $t > \mu + \lambda$:

$$f_\lambda \cdot f_\mu = \left\{ \int_0^{\mu+\lambda} 0 \cdot d\tau + \int_{\mu+\lambda}^t d\tau \right\} = \{t - \mu - \lambda\},$$

$$f_\lambda \cdot f_{\mu+\lambda} = \left\{ \int_0^{\mu+\lambda} 0 \cdot d\tau + \int_{\mu+\lambda}^t d\tau \right\} = \{t - \mu - \lambda\}.$$

Str. 106.
$$l \frac{1-a^2 t^2}{1-at} = \frac{1}{s-a} - a^2 \frac{1}{s-a} t^2 = \left\{ e^{at} - a^2 \int_0^t e^{a(t-\tau)} \frac{\tau^{2-1}}{\Gamma(\lambda)} d\tau \right\} =$$

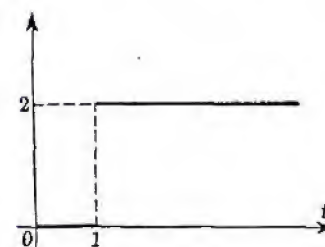
$$= \left\{ \frac{e^{at}}{\Gamma(\lambda)} \left[\Gamma(\lambda) - a^2 \int_0^t e^{-a\tau} \tau^{\lambda-1} d\tau \right] \right\}.$$

Ponieważ $\Gamma(\lambda) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\lambda-1} dt = a^\lambda \int_0^\infty e^{-a\tau} \tau^{\lambda-1} d\tau$ (podstawienie $t = a\tau, a > 0$), więc

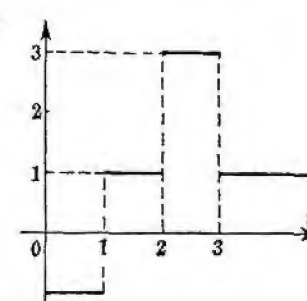
$$l \frac{1-a^2 t^2}{1-at} = \left\{ \frac{e^{at}}{\Gamma(\lambda)} \cdot a^\lambda \int_0^\infty e^{-a\tau} \tau^{\lambda-1} d\tau \right\} = \frac{a^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \left\{ \int_0^\infty \tau^{\lambda-1} \{ e^{-a(t-\tau)} \} d\tau \right\}.$$

Str. 10

(α)



(β)



Rys. 136.

CZĘŚĆ II

Rozdział 1

Str. 119. (α) $f'(\lambda) = \{2\lambda\} = 2\lambda$.(β) $f'(\lambda) = \{4\lambda^3 + 2\lambda t^2\} = 4\lambda^3 + 4t^2\lambda$.(γ) $f'(\lambda) = \{\cos(\lambda + t)\} = \frac{1}{1+s^2} (s \cos \lambda - \sin \lambda)$.(δ) $f'(\lambda) = \frac{\{-2\lambda\}}{\left\{ \lambda^4 t + \frac{2}{3} \lambda^2 t^3 + \frac{1}{30} t^5 \right\}} = \frac{-2\lambda}{t(\lambda^2 + 2t^2)^2}.$ Str. 120. (α) $f''(\lambda) = \{2\} = 2l$, $f'''(\lambda) = 0$.(β) $f''(\lambda) = \{12\lambda^2 + 2t^2\} = 12\lambda^2 + 4t^2$. $f'''(\lambda) = \{24\lambda\} = 24\lambda$.(γ) $f''(\lambda) = \{-\sin(t+\lambda)\} = \frac{1}{s^2+1} (-s \sin \lambda - \cos \lambda)$, $f'''(\lambda) = \{-\cos(t+\lambda)\} = \frac{1}{s^2+1} (-s \cos \lambda + \sin \lambda)$.(δ) $f''(\lambda) = \frac{2(3\lambda^2 - 2t^2)}{t(\lambda^2 + 2t^2)^3}$, $f'''(\lambda) = \frac{-24\lambda(\lambda^2 - 2t^2)}{t(\lambda^2 + 2t^2)^4}.$

Rozdział 3

Str. 133. 1. $\left| \frac{\cos nt}{n} \right| \leq \frac{1}{n} \rightarrow 0$.2. Niech $\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & \text{dla } n \leq t_0 \\ 0 & \text{dla } n > t_0 \end{cases}$. Wtedy $\varepsilon_n \rightarrow 0$ i $|h(n, t) - 0| \leq \varepsilon_n$ dla $0 \leq t \leq t_0$.

Str. 135. 1. (α) $a_n = \{n \cdot e^{-n}\} = s^2 \left\{ -\frac{1}{n} + t + \frac{1}{n} e^{-nt} \right\} = s^2 f_n.$

Ponieważ $f_n \rightarrow \{t\}$ w przedziale $0 \leq t < \infty$, więc $a_n \rightarrow s^2 \{t\} = 1$. [Podwójna strzałka \rightarrow oznacza jednostajną zbieżność ciągu funkcji, pojedyncza zaś strzałka \rightarrow oznacza zbieżność ciągu operatorów w sensie definicji z § 12 (str. 133) lub też zwykłą zbieżność ciągu liczbowego.]

(β) $a_n = \{n^2 t e^{-nt}\} = s^2 \left\{ t e^{-nt} + \frac{2}{n} e^{-nt} + t - \frac{2}{n} \right\} = s^2 \{f_n(t)\}.$

Funkcja $\{f_n(t) - t\}$ ma pochodną $\{-n t e^{-nt} - e^{-nt}\}$, jest więc malejąca; zatem

$$|f_n(t) - t| \leq |f_n(t_0) - t_0| = \left| t_0 e^{-nt_0} + \frac{2}{n} e^{-nt_0} - \frac{2}{n} \right| \rightarrow 0 \quad (0 \leq t \leq t_0).$$

Stąd $f_n \rightarrow \{t\}$ w każdym przedziale $0 \leq t \leq t_0$ i wobec tego $a_n \rightarrow s^2 \{t\} = 1$.

$$(\gamma) \quad a_n = \{n - n^2 t + |n - n^2 t|\} = \begin{cases} 2n - 2n^2 t & \text{dla } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ 0 & \text{dla } \frac{1}{n} \leq t \leq \infty \end{cases} =$$

$$= s^2 \cdot \begin{cases} nt^2 - \frac{n^2}{3} t^3 & \text{dla } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ -\frac{1}{3n} + t & \text{dla } \frac{1}{n} \leq t < \infty \end{cases} = s^2 \cdot \{f_n(t)\}.$$

Ponieważ

$$|f_n(t) - t| = \begin{cases} \left| -t + nt^2 - \frac{n^2}{3} t^3 \right| & \text{dla } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla } \frac{1}{n} \leq t < \infty \end{cases} \leq$$

$$\leq \begin{cases} t + nt^2 + \frac{n^2}{3} t^3 & \text{dla } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla } \frac{1}{n} \leq t < \infty \end{cases} \leq \begin{cases} \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{3n} & \text{dla } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ \frac{1}{3n} & \text{dla } \frac{1}{n} \leq t < \infty \end{cases} \leq$$

$$\leq \frac{7}{3n} \quad \text{dla } 0 \leq t < \infty,$$

więc $f_n \rightarrow \{t\}$ w całym przedziale $0 \leq t < \infty$ i w konsekwencji $a_n \rightarrow s^2 \{t\} = 1$.

(δ) $a_n = \left\{ \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n^{\frac{1}{n}+1}} \right\} = s^2 \left\{ \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{n^{\frac{1}{n}+1}} \right\} = s^2 \{f_n(t)\}.$

Funkcja $\{f_n(t) - t\}$ jest ujemna i malejąca w przedziale $(0, 1)$; w punkcie $t=1$ osiąga minimum równe liczbie $-\frac{1}{n+1}$, a dla $t > 1$ jest rosnąca. Zatem w każdym przedziale $0 \leq t \leq t_0$ jest

$$|f_n(t) - t| \leq \frac{1}{n+1} + |f_n(t_0) - t_0| = \frac{1}{n+1} + \left| \frac{n}{n+1} t_0^{\frac{1}{n}+1} - t_0 \right| = \varepsilon_n.$$

Ponieważ $\varepsilon_n \rightarrow 0$, więc $f_n \rightarrow \{t\}$ i $a_n \rightarrow s^2 \{t\} = 1$.

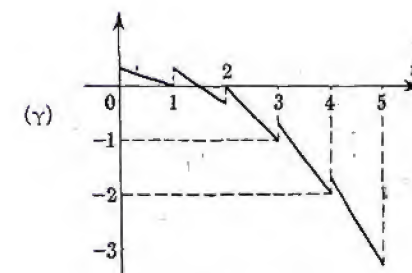
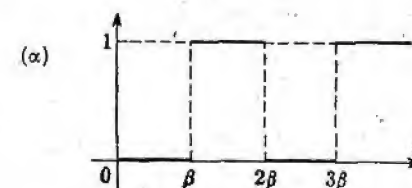
2. $a_n = \{n^3 \sin nt + n^4 t \cos nt\} = s^2 \left\{ \frac{4}{n^2} \cos nt + \frac{t}{n} \sin nt + t^2 - \frac{4}{n^2} \right\} =$
 $= s^2 \{f_n(t)\}.$

Ponieważ $|f_n(t) - t^2| = \frac{8}{n^2} + \frac{t_0}{n}$ dla $0 \leq t \leq t_0$, więc $f_n \rightarrow \{t\}$ w przedziale $0 \leq t \leq t_0$ i $a_n \rightarrow s^2 \{t^2\} = s^2 \cdot 2t^3 = 2s^2$.

3. $a + b e^{-ns} = a + bs \cdot \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq t < n \\ 1 & \text{dla } n < t < \infty \end{cases} = a + bs \{h(n, t)\}.$

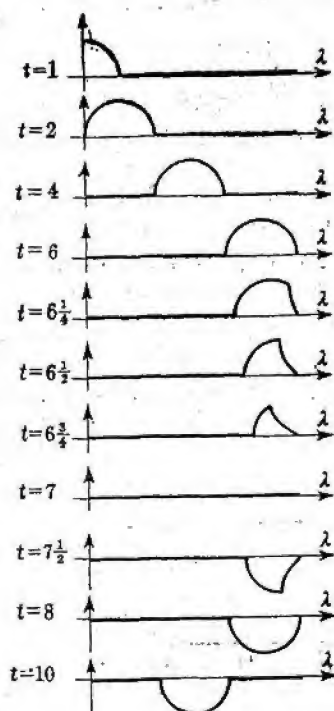
Ponieważ $\{h(n, t)\} \rightarrow 0$ w każdym przedziale $0 \leq t \leq t_0$ (zob. zadanie 2 na str. 133), więc $s \{h(n, t)\} \rightarrow 0$ i w konsekwencji $a + b e^{-ns} \rightarrow a + b \cdot 0$.

Str. 145. (α) $\frac{e^{-\beta s}}{s(1+e^{-\beta s})} = \frac{1}{s(1+e^{-\beta s})} \cdot e^{-\beta s}$ i korzystamy z poprzedniego przykładu.



Rys. 137.

Rozdział 5

Str. 158. $\lambda_0 = 6$ 

Rys. 138.

Str. 160.



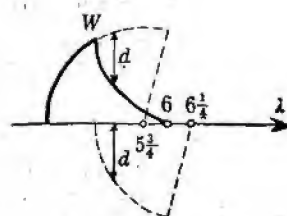
Rys. 140.

Str. 172. I. Gdy $0 \leq t \leq \frac{1}{2} a \lambda_0$, to

$$x(\lambda, t) = \begin{cases} \mu \lambda \left(\lambda_0 - \frac{2t}{a} \right) & \text{dla } 0 \leq \lambda \leq \frac{t}{a} \\ \mu \lambda \left(\lambda_0 - \frac{t^2}{a^2} \right) & \text{dla } \frac{t}{a} \leq \lambda \leq \lambda_0 - \frac{t}{a} \\ \mu (\lambda_0 - \lambda) \left(\lambda_0 - \frac{2t}{a} \right) & \text{dla } \lambda_0 - \frac{t}{a} \leq \lambda \leq \lambda_0 \end{cases}$$

Sposób konstrukcji np. dla

$$t = 6 \frac{3}{4}$$



Rys. 139.

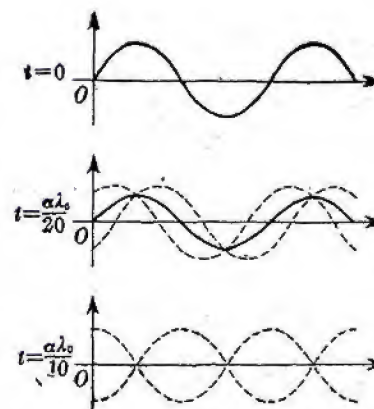
(Łuk, którego końce są na rysunku oznaczone przez W i 6, nie jest łukiem koła, lecz łukiem krzywej czwartego stopnia.)

gdy zaś $\frac{1}{2} a \lambda_0 \leq t \leq a \lambda_0$, to

$$x(\lambda, t) = \begin{cases} \mu \lambda \left(\lambda_0 - \frac{2t}{a} \right) & \text{dla } 0 \leq \lambda \leq \lambda_0 - \frac{t}{a} \\ \mu \left[\left(\lambda_0 - \frac{t}{a} \right)^2 - \lambda \left(\lambda_0 - \lambda \right) \right] & \text{dla } \lambda_0 - \frac{t}{a} \leq \lambda \leq \frac{t}{a} \\ \mu (\lambda_0 - \lambda) \left(\lambda_0 - \frac{2t}{a} \right) & \text{dla } \frac{t}{a} \leq \lambda \leq \lambda_0 \end{cases}$$

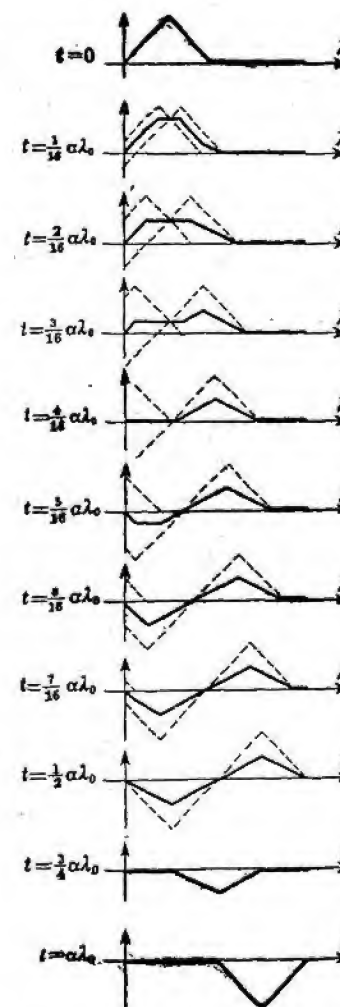
Dla $t > a \lambda_0$ ruch powtarza się okresowo.

2. (α)



Rys. 141.

(β)



Rys. 142.

Rozdział 6

Str. 183. 1. $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^3} = 1 + \sum_{k=2}^{k=n} \frac{1}{k^3} < 1 + \int_1^n \frac{dx}{x^3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2n^2} < \frac{3}{2}$.

2. $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^p} = 1 + \sum_{k=2}^{k=n} \frac{1}{k^p} < 1 + \int_1^n \frac{dx}{x^p} = 1 + \frac{1}{p-1} - \frac{1}{(p-1)n^{p-1}} < \frac{p}{p-1} \quad (p > 1)$.

3. $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^p} > \int_1^{n+1} \frac{dx}{x^p} = \frac{1}{1-p} (n+1)^{1-p} - \frac{1}{1-p} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \quad (p < 1)$.

Str. 184. (α) Wynika z udowodnionej zbieżności dla $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$.

(β) Jest to szereg: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^3} = \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)^3} < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$.

Zbieżność ostatniego szeregu została poprzednio udowodniona.

Str. 186. (α) $\left| \frac{\sin nt}{n^2} \right| \leq \frac{1}{n^2}$.

(β) $\left| \frac{\cos nt}{n^2} \right| \leq \frac{1}{n^2}$.

(γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \frac{\cos(2n-1)\pi\lambda}{\lambda_0} = \cos \frac{\pi\lambda}{\lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{\cos(2n+1)\pi\lambda}{\lambda_0}$.

$\left| \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{\cos(2n+1)\pi\lambda}{\lambda_0} \right| < \frac{1}{4\lambda_0} \cdot \frac{1}{n^2}$.

Str. 188. (α) $\frac{1}{s^2 + a^2} = \left\{ \frac{1}{a} \sin at \right\}$, $\left| \frac{1}{a} \sin at \right| < \frac{1}{a}$.

(β) $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\lambda\sqrt{s}} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{4t}\right) \right\}$. Funkcja w klamrach ma w punkcie $t = \frac{\lambda^2}{2}$ maksimum równe $\frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi e}}$.

Str. 211. 1. $X''(\lambda) = svx''(\lambda)$.

$X''(\lambda) - a^2 s X(\lambda) = svx''(\lambda) - a^2 s^2 vx(\lambda) = sv[x''(\lambda) - a^2 sx(\lambda)] = 0$.

$X(0) = sv \cdot x(0) = sv \cdot \frac{1}{s} = v$.

$X'(\lambda) = sv \cdot x'(\lambda)$.

$X'(\lambda_0) = sv \cdot x'(\lambda_0) = sv \cdot 0 = 0$.

Funkcja $X(\lambda) = \{X(\lambda, t)\}$ przedstawia zmiany temperatury w pręcie, który w chwili $t=0$ miał wszędzie temperaturę 0 i którego początkowi $\lambda=0$ nadajemy temperaturę $v = \{v(t)\}$, izolując jednocześnie koniec $\lambda = \lambda_0$.

2. $X(\lambda) = \left\{ \frac{2\pi}{a^2 \lambda_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n - \frac{1}{2}) \sin \frac{(n - \frac{1}{2})\pi\lambda}{\lambda_0} \int_0^t v(t-\tau) \exp\left(-\frac{(n - \frac{1}{2})^2 \pi^2}{a^2 \lambda_0^2} \tau\right) d\tau \right\}$.

Str. 213. 1. $X''(\lambda) = -sv \cdot x''(\lambda)$.

$X''(\lambda) - a^2 s \cdot x(\lambda) = -sv[x''(\lambda) - a^2 s \cdot x(\lambda)] = 0$.

$X'(0) = -sv \cdot x'(0) = -sv \cdot \left(-\frac{1}{s}\right) = v$.

$X(\lambda_0) = -sv \cdot x(\lambda_0) = 0$.

Funkcja $X(\lambda) = \{X(\lambda, t)\}$ przedstawia zmiany temperatury w pręcie, w którym odpływ ciepła przez punkt $\lambda=0$ określony jest funkcją $v = \{v(t)\}$, koniec zaś $\lambda = \lambda_0$ jest stale utrzymywany w temperaturze 0; w chwili $t=0$ cały pręt ma temperaturę 0.

2. $X(\lambda) = -\left\{ \frac{2}{a^2 \lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{(n - \frac{1}{2})\pi\lambda}{\lambda_0} \int_0^t v(t-\tau) \exp\left(-\frac{(n - \frac{1}{2})^2 \pi^2}{a^2 \lambda_0^2} \tau\right) d\tau \right\}$.

Str. 233. (α) $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-\lambda\sqrt{s}} = \frac{1}{\sqrt{s}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{s^n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} t^{n+\frac{1}{2}} = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{t^{n+\frac{1}{2}}}{\Gamma(n+\frac{1}{2})} \right\}$.

Ponieważ

$\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$,

$\Gamma(1+\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Gamma(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$,

$\Gamma(2+\frac{1}{2}) = (1+\frac{1}{2}) \Gamma(1+\frac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3}{2^2} \sqrt{\pi}$,

$\Gamma(3+\frac{1}{2}) = (2+\frac{1}{2}) \Gamma(2+\frac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3} \sqrt{\pi}$

i ogólnie

$\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n} \sqrt{\pi} = \frac{(2n)!}{2^n \cdot 2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n} \sqrt{\pi} = \frac{(2n)!}{2^{2n} n!} \sqrt{\pi}$,

więc

$\frac{1}{s} e^{-\lambda\sqrt{s}} = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{2^{2n} n! t^{n+\frac{1}{2}}}{(2n)! \sqrt{\pi}} \right\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2\sqrt{\lambda t})^{2n}}{(2n)!} \right\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos 2\sqrt{\lambda t} \right\}$.

(β) Żądany wzór znajdujemy z poprzedniego, zastępując λ przez $-\lambda$.

$$\begin{aligned} (\gamma) \quad \frac{1}{s^2} e^{-\lambda/s} &= \frac{1}{s^2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{1}{s^n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} t^{n+2} = \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \frac{t^{n+1}}{(n+1)!} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{t}{\lambda}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2\sqrt{\lambda n})^{2n+1}}{2^{2n+1} n! (n+1)!} \right\} = \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{t}{\lambda}} J_1(2\sqrt{\lambda t}) \right\}. \end{aligned}$$

CZĘŚĆ III

Rozdział 1

Str. 260. (α) $x = c \cdot e^{-4\lambda s}$.

(β) $x = c \cdot e^{-\lambda s}$.

(γ) $x = c_1 \cdot e^{\lambda s} + c_2 \cdot e^{-\lambda s}$.

(δ) $x = c_1 \cdot e^{-\lambda} + c_2 \cdot e^{-\lambda s} + c \cdot e^{-\lambda/s}$.

(ε) $x = 0$.

Str. 271. (α) $x(\lambda) = \frac{1}{s} \cdot e^{-4\lambda s}$.

(β) $x(\lambda) = e^{(1-\lambda)s}$.

(γ) $x(\lambda) = \frac{s}{1+e^{-s}} \cdot (e^{(\lambda-1)s} + e^{-\lambda s})$.

(δ) $x(\lambda) = -e^{-\lambda} + 2e^{-\lambda/s}$.

Rozwiązania są jedyne.

Rozdział 2

Str. 274. (α) $x_0(\lambda) = \frac{1}{s} (a\lambda + b)$.

(β) $x_0(\lambda) = -\frac{6}{s^4} + \frac{3}{s^2} \lambda^2 + \frac{1}{s} \lambda^3$.

(γ) $x_0(\lambda) = \frac{s^2-4}{2s^4} \lambda^2 + \frac{1}{6s^2} \lambda^4$.

Str. 276. (α) $x_0(\lambda) = \frac{1}{s^2} \cdot e^{-\lambda s}$.

(β) $x_0(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2} \cdot e^{-\lambda s}$.

(γ) $x_0(\lambda) = \frac{\lambda}{s} \cdot e^{-\lambda s}$.

Str. 277. (α) $x_0(\lambda) = \left(\frac{4(1+5s)}{s^3(s-1)^4} + \frac{8}{s^2(s-1)^3} \lambda + \frac{1}{s^2(s-1)^2} \lambda^2 \right) \cdot e^{-\lambda s}$.

(β) $x_0(\lambda) = \left(\frac{3\lambda^2}{16s^2} + \frac{\lambda^3}{12s\sqrt{s}} + \frac{\lambda^4}{48s} \right) \cdot e^{-\lambda\sqrt{s}}$.

Str. 278. (α) $x_0(\lambda) = \frac{s^2}{1} + \frac{\lambda}{s} + \frac{e^{\lambda}}{1-s+s^2}$.

(β) $x_0(\lambda) = \frac{\lambda}{3s^2} \cdot e^{-s\lambda} + \frac{1}{2s^3} \cdot e^{s\lambda}$.

(γ) $x_0(\lambda) = 1 - \frac{e^{-\lambda}}{(s-1)^2} - \frac{e^{2\lambda}}{s(2s+1)(s+2)}$.

Str. 279. (α) $x_0(\lambda) = \left(\frac{\lambda}{4s^3} - \frac{\lambda^2}{6s} \right) \cdot \cos \lambda s + \frac{\lambda^2}{4s^2} \cdot \sin \lambda s$.

(β) $x_0(\lambda) = \frac{-\lambda}{s(s-1)} \cos \lambda s +$

$+\frac{2}{s(s-1)^2} \sin \lambda s - [2s \cdot \cos \lambda s + (s^2-s-1) \sin \lambda s] \cdot \frac{e^{\lambda}}{s^4-2s^3+3s^2+2s+1}$.

(γ) $x_0(\lambda) = -\frac{1}{s^2} - \frac{\lambda}{2s\sqrt{s}} \sin \lambda \sqrt{s}$.

Str. 281. (α) $x(\lambda) = \frac{1}{s^3} (6e^{-2s\lambda} - 5e^{-3s\lambda} + 1)$.

(β) $x(\lambda) = \left[\frac{1}{1-e^{-s}} \left(\frac{1}{2} e^{-s} - \frac{4}{s^3} + \frac{12}{s^2} - \frac{23}{3s} + \frac{13}{6} - s \right) + \right.$
 $\left. + \left(\frac{4}{s^3} - \frac{10}{s^2} + \frac{2}{s} \right) \lambda + \left(-\frac{2}{s^2} + \frac{5}{s} - \frac{1}{2} \right) \lambda^2 + \left(\frac{2}{3s} - \frac{5}{3} + s \right) \lambda^3 \right] \cdot e^{-2\lambda s} +$
 $+\frac{1}{1-e^{-s}} \left(\frac{4}{s^3} - \frac{12}{s^2} + \frac{23}{3s} - \frac{8}{3} + s \right) \cdot e^{-3\lambda s}$.

(γ) $x(\lambda) = e^{2\lambda s} + \sin \lambda \sqrt{s}$.

(δ) $x(\lambda) = \left[\frac{1}{s} - \frac{\lambda}{4\sqrt{2}(s^2-1)} \right] \cdot \cos \lambda \sqrt{2} +$
 $+\left[\frac{1}{s \cdot \sin 2\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2\sqrt{2}(s^2-1)} \right) \operatorname{ctg} 2\sqrt{2} \right] \cdot \sin \lambda \sqrt{2}$.

(ε) $x(\lambda) = e^{\lambda\sqrt{2}} + \frac{\sin \lambda \sqrt{2}}{8(s^2+1)}$.

Rozdział 3

Str. 289. (α) $x(\lambda, t) = \lambda + \sin \lambda \cdot \operatorname{sh} t$.

(β) $x(\lambda, t) = e^{-\lambda} [(2-t^2) \sin t - 2t \cdot \cos t + 2\lambda (\sin t - t \cdot \cos t) + \lambda^2 \cdot \sin t] + \frac{2}{t^2}$.

(γ) Dla $0 \leq t \leq \lambda$:

$x(\lambda, t) = e^{\lambda} (-2t + t^2 - e^{-t} + \cos t + \sin t)$;

dla $0 \leq \lambda \leq t$:

$x(\lambda, t) = e^{\lambda} (-2t + t^2 + \cos t + \sin t) + 2(t-\lambda) - (t-\lambda)^2 - \cos(t-\lambda) - \sin(t-\lambda)$.

(δ) Dla $0 \leq t < \lambda$:

$x(\lambda, t) = \frac{t^4}{24} + \left(1 - \frac{t^3}{6} \right) \lambda$;

dla $0 \leq \lambda < t$:

$x(\lambda, t) = \frac{t^4}{24} + \left(1 - \frac{t^3}{6} \right) \lambda + (t-\lambda)^2 \sqrt{\frac{t-\lambda}{\pi}} - \frac{(t-\lambda)^4}{24} + \frac{5}{2} (t-\lambda) \lambda \sqrt{\frac{t-\lambda}{\pi}}$.